

Modelado y Simulación de un Generador de Inducción Tipo Jaula de Ardilla.

Aldo Sánchez¹, Gerardo Guerrero², Manuel Adam³

^{1,2,3} Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, CENIDET, Interior
Internado Palmira s/n, C.P. 62490 Cuernavaca, Mor., México
asjovi06e@cenidet.edu.mx, gerardog@cenidet.edu.mx, adam@cenidet.edu.mx

Resumen. Este artículo presenta el modelado de un generador de inducción tipo jaula de ardilla (GIJA) en el marco de referencia fijo al estator (MRFE), el generador se maneja por medio de un pri-motor a velocidad constante, (el pri-motor puede ser una turbina de viento, para simular una planta de generación eoloelectrica). Se presenta la simulación del GIJA alimentando una carga resistiva (R) y también a un motor de inducción tipo jaula de ardilla.

Palabras clave: Generador de inducción, Motor de inducción, Auto-excitación, Inductancia de magnetización.

1 Introducción

El viento es una fuente de energía gratuita, inagotable y muy poderosa, debido a ello es importante saber utilizarla para el provecho de la sociedad. A partir de esta fuente de energía es posible generar energía eléctrica a través de una planta de generación eoloelectrica. Una planta de generación eoloelectrica es un sistema que transforma la energía cinética del viento en energía eléctrica. Se encuentra compuesta principalmente por una turbina eólica, un generador eléctrico y una carga que alimentar. Una turbina eólica es un dispositivo capaz de transformar la energía cinética del viento en energía mecánica (movimiento). El generador eléctrico es un dispositivo que convierte energía mecánica (movimiento) en energía eléctrica.

Una máquina de inducción puede trabajar como generador autónomo si se le hace girar a una velocidad superior a su velocidad síncrona y si se conecta el adecuado banco trifásico de capacitores en sus terminales de estator, que le proporcione la potencia reactiva necesaria para generar su campo magnético.

El GIJA es ampliamente utilizado debido a que presenta algunas ventajas como lo son: robustez, tamaño pequeño, construcción simple, bajo costo de mantenimiento, son baratos y tienen protección natural contra cortos circuitos. Así, un generador de inducción se puede utilizar para generar y suministrar energía eléctrica a lugares aislados, donde no es posible la distribución de energía a partir de una central eléctrica.

¹ Estudiante de postgrado en el CENIDET.

² Profesor-Investigador en el CENIDET.

³ Profesor-Investigador en el CENIDET.

2 Generador de Inducción Jaula de Ardilla

Si con un pri-motor se impulsa una máquina de inducción hasta hacerla girar a una velocidad superior a su velocidad síncrona, trabajará como generador. La máquina de inducción, trabajando como generador no tiene un circuito independiente para su excitación, por lo cual se debe de proveer la excitación necesaria para establecer el campo magnético en el entrehierro, misma que puede ser suministrada conectando a las terminales del estator un banco trifásico de capacitores, como se muestra en la Fig. 1.

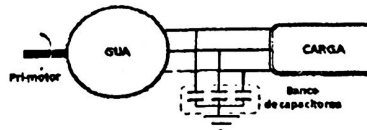


Fig. 1. GIJA autónomo.

En el arranque del generador de inducción, la fuerza electromotriz y las corrientes inducidas en los devanados se incrementarán hasta alcanzar un punto de equilibrio debido a la saturación magnética en la máquina. El magnetismo residual en el rotor establece el voltaje inicial, el cual se incrementa con la corriente del capacitor lo que provoca un incremento continuo del voltaje. Para que ocurra el proceso de auto-excitación en el generador se deben cumplir las siguientes condiciones:

- Debe de haber suficiente magnetismo residual en el rotor de la máquina.
- El banco trifásico de capacitores debe ser de un valor adecuado.

3 Modelado del GIJA

El modelo trifásico del GIJA fue simplificado utilizando la teoría del marco de referencia, a un modelo bifásico (qd0); el modelo seleccionado es el del MRFE, por lo cual la velocidad angular del Marco de Referencia es 0, ($\omega_c=0$). En la Fig. 2, se observan los circuitos que representan al GIJA en el MRFE.

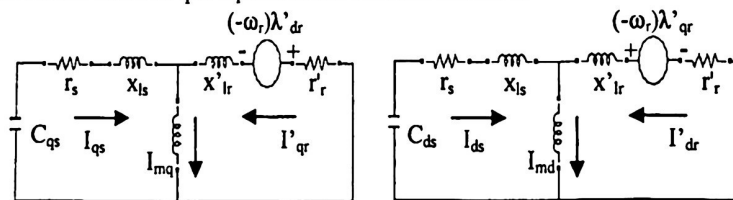


Fig. 2. Circuitos del GIJA en el MRFE, ejes q y d .

Las ecuaciones que representan al GIJA se obtienen de los circuitos mostrados en la Fig. 2:

$$\begin{aligned}
 V_{qsc} + r_s I_{qs} + p \lambda_{qs} &= 0 \\
 V_{dsc} + r_s I_{ds} + p \lambda_{ds} &= 0 \\
 r_r I_{qr} - \omega_r \lambda_{dr} + p \lambda_{qr} &= 0 \\
 r_r I_{dr} + \omega_r \lambda_{qr} + p \lambda_{dr} &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde V_{qsc} y V_{dsc} son los voltajes en los capacitores del eje q y d; r_s y r_r son las resistencias del estator y del rotor; I_{qs} y I_{qr} son las corrientes del estator y del rotor del eje q; I_{ds} y I_{dr} son las corrientes del estator y del rotor del eje d; ω_r es la velocidad del rotor; p representa el operador derivada; λ_{qs} y λ_{qr} son los enlaces de flujo del estator y del rotor del eje q; λ_{ds} y λ_{dr} son los enlaces de flujo del estator y del rotor del eje d.

Los enlaces de flujo para los devanados del estator y del rotor están dados por:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{qs} &= L_s I_{qs} + L_{Ml} I_{qr} \\
 \lambda_{ds} &= L_s I_{ds} + L_{Ml} I_{dr}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{qr} &= L_r I_{qr} + L_{Ml} I_{qs} + \lambda_{qr0} \\
 \lambda_{dr} &= L_r I_{dr} + L_{Ml} I_{ds} + \lambda_{dr0}
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde L_s y L_r son las inductancias del estator y del rotor; L_{Ml} es la inductancia de magnetización; $\lambda_{qr0} = \lambda_{qr}|_{t=0}$ y $\lambda_{dr0} = \lambda_{dr}|_{t=0}$, son los enlaces de flujo residuales. Estos enlaces de flujo residuales y la velocidad del rotor provocan que se forme un voltaje rotacional, el cual está dado por:

$$\omega_r \lambda_{qr} = \omega_r (L_r I_{qr} + L_{Ml} I_{qs} + \lambda_{qr0}) = \omega_r (L_r I_{qr} + L_{Ml} I_{qs}) + K_{dr} \tag{4}$$

$$\omega_r \lambda_{dr} = \omega_r (L_r I_{dr} + L_{Ml} I_{ds} + \lambda_{dr0}) = \omega_r (L_r I_{dr} + L_{Ml} I_{ds}) + K_{qr} \tag{5}$$

donde $K_{dr} = \omega_r \lambda_{qr0}$ y $K_{qr} = \omega_r \lambda_{dr0}$ son voltajes iniciales inducidos debidos al flujo magnético residual. Sustituyendo (2), (3), (4) y (5) en (1) se obtienen las ecuaciones que representan al GIJA en el MRFE:

$$\begin{aligned}
 V_{qsc} + r_s I_{qs} + L_s p I_{qs} + L_{Ml} p I_{qr} &= 0 \\
 V_{dsc} + r_s I_{ds} + L_s p I_{ds} + L_{Ml} p I_{dr} &= 0 \\
 r_r I_{qr} - \omega_r L_r I_{dr} - \omega_r L_{Ml} I_{ds} - K_{qr} + L_r p I_{qr} + L_{Ml} p I_{qs} &= 0 \\
 r_r I_{dr} + \omega_r L_r I_{qr} + \omega_r L_{Ml} I_{qs} + K_{dr} + L_r p I_{dr} + L_{Ml} p I_{ds} &= 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

En donde:

$$\begin{aligned}
 V_{qsc} &= \frac{1}{C_{qs}} \int I_{qs} dt + V_{qsc0} \\
 V_{dsc} &= \frac{1}{C_{ds}} \int I_{ds} dt + V_{dsc0}
 \end{aligned} \tag{7}$$

donde V_{qsc0} y V_{dsc0} son los voltajes iniciales en los capacitores de auto-excitación; C_{qs} y C_{ds} son las capacitancias de los capacitores en los ejes q y d.

De (6) se obtiene la representación matricial del GIJA, la cual está dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + L_s p & 0 & L_M p & 0 \\ 0 & r_s + L_s p & 0 & L_M p \\ L_M p & -\omega_r L_M & r_r + L_r p & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_M & L_M p & \omega_r L_r & r_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ I_q' \\ I_d' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qs0} \\ V_{ds0} \\ -K_{qr} \\ K_{dr} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Cuando se hace trabajar a la máquina de inducción como generador, es necesario e importante tomar en cuenta la saturación magnética de la máquina e incluirla en el modelo de simulación del GIJA, ya que la variación de la inductancia de magnetización es la razón principal para que se lleve a cabo el proceso de auto-excitación.

Una forma de incluir la saturación de la máquina es encontrar la corriente *rms* de magnetización, la cual está dada como:

$$I_{mq} = I_q + I_q' \quad ; \quad I_{md} = I_d + I_d' \quad (9)$$

$$I_m = \sqrt{(I_{mq})^2 + (I_{md})^2} / \sqrt{2} \quad (10)$$

La variación de la inductancia de magnetización se aproxima de forma usual mediante una curva polinomial en función de la corriente de magnetización como:

$$L_M = a_1 I_m^4 + a_2 I_m^3 + a_3 I_m^2 + a_4 I_m + a_5 \quad (11)$$

De esta manera, con (7), (8), (9), (10) y (11) se tiene el modelo del GIJA completo y listo para llevar a cabo las simulaciones pertinentes.

4 Condiciones para la Auto-excitación

La auto-excitación en un generador de inducción es el incremento de la corriente y el incremento asociado en el voltaje a través de los capacitores sin un sistema de excitación externo. El proceso del aumento de voltaje continúa hasta que el núcleo se satura y el voltaje se estabiliza.

La auto-excitación se producirá en el generador si una de las raíces de su ecuación característica tiene parte real positiva. Las raíces del GIJA dependen de los parámetros de la máquina, del valor del capacitor conectado al estator y de la velocidad del rotor cuando está acoplado a un pri-motor externo. Por lo tanto, un paso importante para saber si existirá la auto-excitación o no, es determinar las raíces de la ecuación característica de las corrientes del GIJA. Sustituyendo (7) en (8), agrupando términos y reacomodando se obtiene:

$$\begin{bmatrix} r_s + L_s p + \frac{1}{C_q p} & 0 & L_M p & 0 \\ 0 & r_s + L_s p + \frac{1}{C_q p} & 0 & L_M p \\ L_M p & -\omega_r L_M & r_r + L_r p & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_M & L_M p & \omega_r L_r & r_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ I_q' \\ I_d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_{qs0} \\ -V_{ds0} \\ K_{qr} \\ -K_{dr} \end{bmatrix} \quad (12)$$

De (12) se puede obtener la ecuación característica para las corrientes I_s ; de esta forma (12) se puede representar como:

$$ZI = -V$$

donde V es el vector formado por los voltajes de los capacitores y los voltajes iniciales inducidos; I es el vector de corrientes; Z es la matriz formada por los parámetros de la máquina y la velocidad del pri-motor. De aquí, apoyados en la regla de Cramer, despejando el vector de corrientes se obtiene:

$$I = -V_i / Z$$

donde V_i es la matriz formada al aplicar la regla de Cramer. Debido a que la ecuación característica está determinada solo por la matriz Z , sólo se desarrollará ésta; así, la ecuación característica para las corrientes I_s es de la forma:

$$A_6 p^6 + A_5 p^5 + A_4 p^4 + A_3 p^3 + A_2 p^2 + A_1 p + A_0 = 0 \quad (13)$$

Los coeficientes $A_0, \dots, A_6$ se encuentran definidos en el apéndice A.

La ecuación (13) es una ecuación de sexto orden, por lo cual existen seis raíces complejas diferentes dadas de la forma:

$$(p_1 - \sigma_1 + j\omega_1)(p_2 - \sigma_1 - j\omega_1)(p_3 - \sigma_2 + j\omega_2)(p_4 - \sigma_2 - j\omega_2) \dots \quad (14) \\ \dots (p_5 - \sigma_3 + j\omega_3)(p_6 - \sigma_3 - j\omega_3)$$

Para que la máquina de inducción logre trabajar como generador, requiere de cierto valor mínimo de la velocidad del pri-motor y del capacitor conectado a las terminales del estator. Para conocer estos valores es necesario resolver las raíces del polinomio de sexto orden dado por (13) y ello se puede realizar por dos métodos:

1. Para un valor de capacitancia dada, se varía el valor de la velocidad del pri-motor y se obtienen las raíces de (13), en el valor de la velocidad en el cual una de las partes reales de las raíces cambia de negativa a positiva, esa será el valor de la velocidad mínima para que ocurra la auto-excitación.
2. Para un valor de velocidad del pri-motor dado, se varía el valor de la capacitancia y, el valor de la capacitancia que hace la parte real de una de las raíces positiva es el valor mínimo de capacitancia necesaria para que ocurra el proceso de auto-excitación.

5 Inductancia de Magnetización

La variación de la inductancia de magnetización es la razón principal para la generación de voltaje en el generador, ya que de ella depende la dinámica del aumento y estabilización del voltaje generado.

Si se utiliza el modelo de (8) junto con la *inductancia de magnetización* a voltaje promedio, el generador trabajaría en su zona lineal, lo cual haría que el voltaje generado tendiera a infinito, hecho que es imposible de obtener con cualquier máquina real; por ello es importante la variación de la *inductancia de magnetización* y el efecto de la saturación de la máquina de inducción para limitar el voltaje generado por el GIJA.

La variación de la inductancia de magnetización en la MI se muestra en la Fig. 3. Se puede observar que la inductancia de magnetización empieza en un valor determinado, aumenta hasta alcanzar un valor pico máximo y después comienza a disminuir. Esta variación con la ayuda de la saturación del núcleo de la máquina de inducción, es precisamente lo que hace posible que se obtenga un voltaje limitado en el capacitor de auto-excitación.

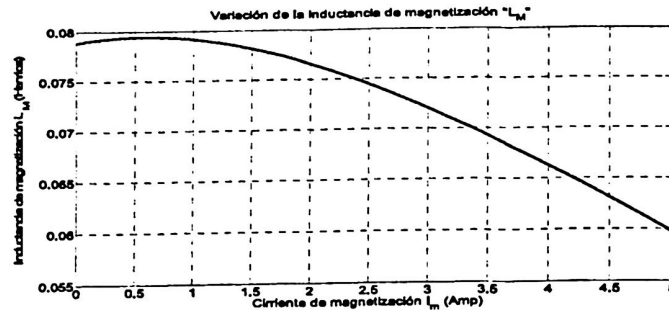


Fig. 3. Variación de la inductancia de magnetización en función de la corriente de magnetización.

6 Simulación del GIJA

Para encontrar el valor de los capacitores se aplicó el método 2, mencionado en la sección 4. Si la variación de la inductancia de magnetización no se toma en cuenta, el generador de inducción trabajará en su zona lineal y la corriente del estator y, por lo tanto, el voltaje generado crecerán sin control y tenderán al infinito.

La inductancia de magnetización puede ser aproximada de diferentes formas, en este trabajo se calcula en función de la corriente *rms* de magnetización I_m y ésta dada mediante el siguiente polinomio:

$$L_M = -1.175e^{-5}I_m^4 + 1.353e^{-4}I_m^3 - 2.08e^{-3}I_m^2 + 2.183e^{-3}I_m + 7.88e^{-2} \quad (15)$$

En la Fig. 4 se muestra lo anteriormente mencionado. Los parámetros utilizados para la simulación del generador de inducción se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros del generador de inducción jaula de ardilla.

Parámetro	Valor
R_s	0.5825 Ω
R_r	0.5032 Ω
X_{ls}	1.3184 Ω
X_{lr}	1.9776 Ω
N_p	2
ω_r	188.6 rad/sg
$C_{q1} = C_{d1}$	125 μF
R_L	30 Ω

Donde N_p es el número de pares de polos.

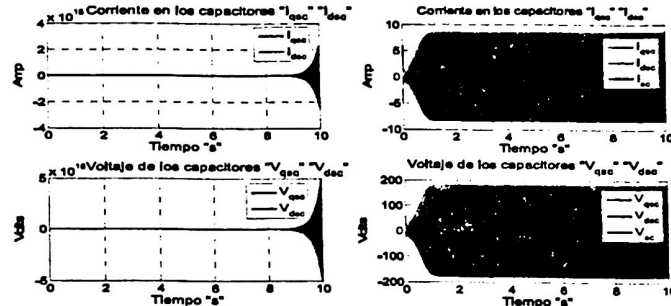


Fig. 4. Corriente y voltaje generado sin considerar y considerando la saturación de la máquina.

Para conectar una carga al generador de inducción, es recomendable que éste se encuentre en su estado estacionario, de lo contrario se corre el riesgo de que se pierda la excitación de la máquina y de perder el magnetismo residual de la máquina que ayuda al proceso de auto-excitación. Si esto llegase a ocurrir, existen tres formas de volver a excitar a la máquina de inducción:

1. Hacer trabajar a la máquina de inducción como motor por un breve periodo.
2. Conectar una batería a las terminales del estator de la máquina.
3. Cargar a los capacitores de auto-excitación y descargarlos en las terminales del estator.

6.1 Operación del GIJA con Carga Puramente Resistiva

En la Fig. 5, se observa la respuesta del generador cuando se le conecta una carga puramente resistiva de 30Ω . Como la carga consume corriente, la corriente que circula por el capacitor ahora es menor y por lo tanto el voltaje generado también disminuye.

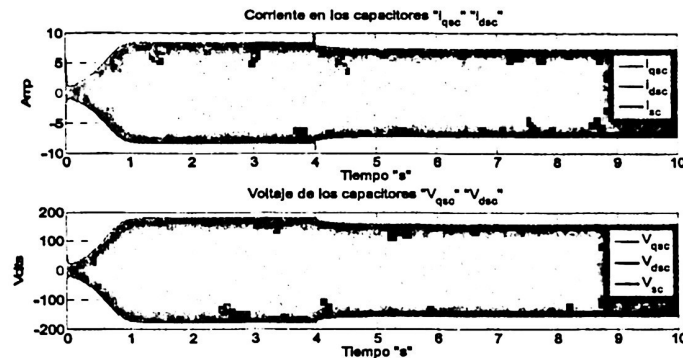


Fig. 5. Corriente y voltaje generado considerando la saturación de la máquina y conectando una carga puramente resistiva.

6.2 GIJA Alimentando un Motor de Inducción

El generador de inducción también puede alimentar cargas más complejas, como un motor de inducción. En la Tabla 2, se muestran los parámetros del motor de inducción utilizado.

Tabla 2. Parámetros del motor de inducción.

Parámetro	Valor
R_s	11Ω
R_r	8.92Ω
X_{ls}	13.2Ω
X_{lr}	10Ω
X_m	397Ω
J	$4.8195e-3 \text{ Kgms}^2$
τ_L	1.6 Nm

En la Fig. 6, se muestra la respuesta del generador de inducción cuando el motor se conecta a sus terminales en un tiempo $t=4 \text{ seg.}$, se puede observar una caída de corriente y voltaje y enseguida se estabiliza en un valor un poco menor que su voltaje generado sin carga.

También se puede observar otra variación en la corriente y en el voltaje, cuando en $t=7 \text{ seg.}$, se le conecta un par de carga mecánico al motor.

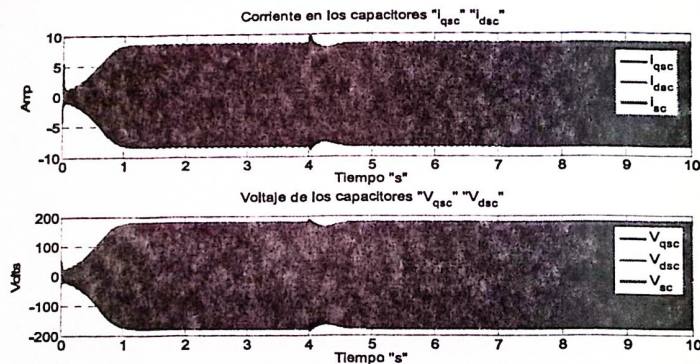


Fig. 6. Corriente y voltaje generado considerando la saturación de la máquina y conectando como carga un motor de inducción.

En las Fig. 7, se presenta la respuesta del motor de inducción, contiene las corrientes del estator y del rotor y en ellas se puede observar la variación de la corriente cuando el par de carga mecánico se conecta al eje del motor, además de la velocidad mecánica del eje del rotor, la cual es cercana a la velocidad síncrona, pero en cuanto la carga mecánica se conecta, la velocidad disminuye y se estabiliza en un nuevo valor por debajo de la velocidad síncrona.

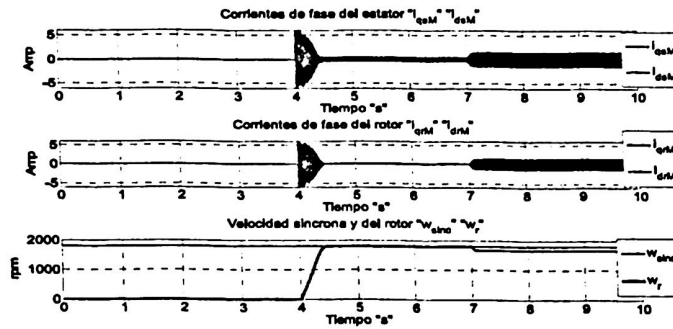
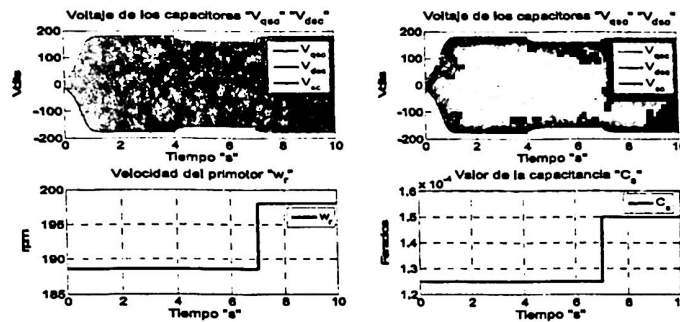


Fig. 7. Comportamiento del motor de inducción.

6.3 Aumento de Voltaje

Como se observó en las Fig. 5 y 6 siempre que una carga eléctrica se conecta al generador de inducción el voltaje disminuye. Una manera de aumentar el voltaje generado es incrementar la velocidad del pri-motor o incrementar el valor del capacitor conectado a la terminal del estator; en la Fig. 8, se muestran estos procedimientos para el aumento del voltaje generado; en ambos caso la velocidad y la capacitancia se incrementan en $t=7$ seg.


Fig. 5. Aumento del valor de la velocidad del pri-motor en un 5% y del valor de la capacitancia en un 20% en $t=7$ seg.

7 Conclusiones

En este trabajo se realizó la simulación de un GIJA para la generación de energía eléctrica manejado por medio de un pri-motor, el cual puede simular el funcionamiento de una planta de generación eolieléctrica. Se presentó el modelo del generador de inducción tipo jaula de ardilla en el marco de referencia fijo al estator, el cual es capaz de describir la parte dinámica (proceso de auto-excitación) y la parte estacionaria de la respuesta del generador de inducción.

Se habló sobre la importancia de la inductancia de magnetización y la saturación de la máquina de inducción para poder lograr un funcionamiento real del generador de inducción y se relacionó la inductancia de magnetización en función de la corriente *rms* de magnetización.

Se mencionó un método sencillo para calcular el valor del capacitor de auto-excitación, sólo tomando en cuenta algunos parámetros de la máquina de inducción; además, se consideró el efecto de la conexión de una carga eléctrica a las terminales del generador de inducción sobre el voltaje generado, presentando una carga pasiva (resistiva) y una carga activa (motor de inducción), y se mostró que incrementando el valor de la velocidad del pri-motor o de la capacitancia de auto-excitación es posible compensar la caída de voltaje debido a la carga eléctrica conectada.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la DGEST por el apoyo financiero otorgado al proyecto *Confiabilidad, Modelado y Control en Sistemas de Generación y Conversión de la Energía*, con clave 610.07-P/2007.

Referencias

1. Chapman S. J.: Máquinas Eléctricas. McGraw Hill, México (1987)
2. Krause P. C., Oleg W., Scout D. S.: Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. IEEE Press Power Engineering Series, USA (2002)
3. Seyoum D.: The Dynamic of an Isolated Self-Excited Induction Generator Driven by a Wind Turbine. PhD thesis (2003).
4. Torres M. E.: Control de Voltaje del Generador de Inducción Auto-Excitado para Aplicaciones de micro-mini Generación de Energía Eólica. Tesis de maestría, México (2006).
5. Bhaskara P., Godoy M., Farret F. A.: Dynamic Simualtion and Analysis of Parallel Self-Excited Induction Generators for Islanded Wind Farm Systems. In IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 1099-1106. IEEE (2005).
6. Nesba A., Ibtouen R., Touhami O.: Dynamic Performances of Self-Excited Induction Generator Feeding Different Static Loads, pp. 63-76. Serbian Journal of Electrical Engineering (2006).

Apéndice A

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \omega_r^2 L_r'^2 + R_r'^2 \\
 A_1 &= 2R_s C (\omega_r^2 L_r'^2 + R_r'^2) + 2R_r L_r' \\
 A_2 &= 2L_s C \omega_r^2 L_r'^2 + 2L_s C R_r'^2 + \dots \\
 &\quad + R_s^2 C^2 \omega_r^2 L_r'^2 + R_s^2 C^2 R_r'^2 - \dots \\
 &\quad - 2\omega_r^2 L_M'^2 L_r' C + 4R_s C R_r L_r' \\
 A_3 &= 2C^2 R_s^2 R_r L_r' + 2C^2 R_s L_s \omega_r^2 L_r'^2 - \dots \\
 &\quad - 2C^2 R_s \omega_r^2 L_M'^2 L_r' + 2C^2 R_s L_r R_r'^2 + \dots \\
 &\quad + 2C (-L_M'^2 R_r' + R_r L_r'^2 + 2L_s R_r L_r') \\
 A_4 &= C^2 \left(L_s^2 (\omega_r^2 L_r'^2 + R_r'^2) + \omega_r^2 L_M'^4 - \dots \right. \\
 &\quad \left. - 2L_s \omega_r^2 L_M'^2 L_r' - 2R_s L_M'^2 R_r' + \dots \right) + \dots \\
 &\quad \left. + R_s^2 L_r'^2 + 4R_s L_s R_r L_r' \right. \\
 &\quad \left. + 2C (-L_M'^2 L_r' + L_s L_r'^2) \right) \\
 A_5 &= 2C^2 \left(-R_s L_M'^2 L_r' - L_s L_M'^2 R_r' + \dots \right. \\
 &\quad \left. + R_s L_s L_r'^2 + L_s^2 R_r L_r' \right) \\
 A_6 &= C^2 (L_M'^4 - 2L_s L_M'^2 L_r' + L_s^2 L_r'^2)
 \end{aligned}$$